

Mathe-Treff OTW 2024

Aufgaben für die gymnasiale Oberstufe

Lösungseingabe unter <https://otw2024.mathe-treff.de>

AUFGABE 1 (Würfelkomposition)

Auf dem Bild sieht man einen großen Würfel, der aus kleinen Würfeln zusammengesetzt ist.

Der große Würfel hat keine Löcher.

- a) Aus wie vielen kleinen Würfeln besteht der große Würfel?

Wir bauen jetzt einen neuen großen Würfel, den Anfang zeigt das Bild.

Außen sollen nur unbemalte und innen nur bemalte Würfel verwendet werden.

- b) Wie viele bemalte Würfel werden verwendet?

Nun wollen wir einen 3er Würfel mit Löchern bauen. In der Mitte jeder der sechs Seitenflächen nehmen wir kleine Würfelchen heraus, sodass man von jeder Seite durch die Mitte hindurchsehen kann. Damit der große Würfel hält, werden die kleinen Würfel miteinander verklebt.

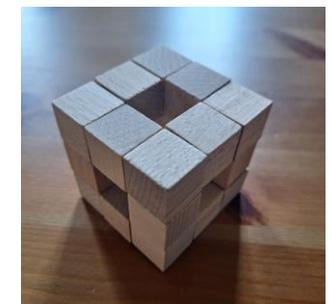
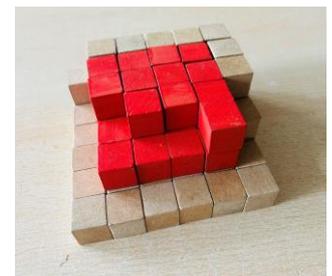
- c) Aus wie vielen kleinen Würfeln besteht der so entstandene „durchlöcherte“ große Würfel noch?

Danach betrachten wir einen 5er Würfel, bei dem auf jeder der sechs Seitenflächen an vier Stellen Würfelreihen wie im Bild herausgenommen werden, so dass man wieder durchsehen kann.

- d) Aus wie vielen kleinen Würfeln besteht der so entstandene „durchlöcherte“ große Würfel noch?

Jetzt nehmen wir einen 7er Würfel, der entsprechend dem Prinzip aus Teilaufgabe d) an noch mehr Stellen durchlöchert ist.

- e) Aus wie vielen kleinen Würfeln besteht dann der „durchlöcherte“ große Würfel?





Als nächstes soll ein 101er Würfel nach dem gleichen Prinzip durchlöchert werden.

- f) Aus wie vielen kleinen Würfeln besteht dann der „durchlöcherte“ große Würfel?

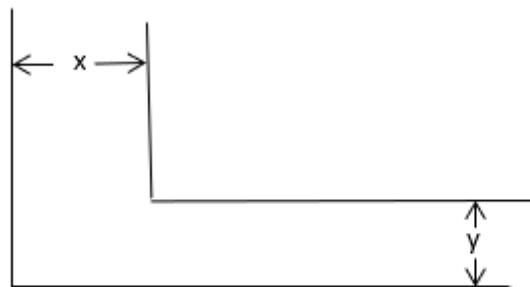
Nun soll ein aus beliebig vielen kleinen Würfeln bestehender großer Würfel erneut nach dem gleichen Prinzip „durchlöchert“ werden.

- g) Geben Sie je eine Formel für die Anzahl der Löcher in einer Seitenfläche und für die Anzahl der verbliebenen kleinen Würfel an.

AUFGABE 2 (Die Leiter)

In einem Kriechkeller wurde eine Leiter auf einem Holm um eine Ecke geschoben. Die Leiter ist genauso breit, wie der Keller hoch.

Wie lang kann die Leiter maximal sein?



AUFGABE 3 (Kuchenschlacht)

Konditormeister Schmidt liebt geometrische Figuren. Deshalb kreiert er einen Kuchen, bei dem die obere Fläche die Gestalt eines gleichseitigen Dreiecks mit einer Seitenlänge von 20 cm hat. Auf dieser Fläche des Kuchens möchte er einen Halbkreis und einen vollen Kreis aus Zuckerguss unterbringen. Der Mittelpunkt des Halbkreises soll auf einer der Seiten des Dreiecks liegen und der Halbkreis soll die beiden anderen Seiten und den Kreis berühren. Der Kreis soll den Halbkreis berühren und die Seiten des Dreiecks, an denen der Mittelpunkt des Halbkreises nicht liegt.

Meister Schmidt fragt sich, welche Radien der Kreis und der Halbkreis haben müssen, damit er entsprechende Schablonen herstellen kann.



AUFGABE 4 (Uhren)

Die Zeit rennt.

Erfindet interessante mathematische Aufgaben zum Thema und schreibt die Lösungen dazu.

